

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2024-25 г. г.
Заключительный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа *Решения всех задач оцениваются из 7 баллов*

9.1. Ненулевые действительные числа x, y, z таковы, что $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y}$. Найти все возможные значения выражения $\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}$.

9.2. На стороне AD квадрата $ABCD$ вовнутрь него построен равносторонний треугольник APD , а на стороне CD вовне квадрата – равносторонний треугольник CQD . Доказать, что точки B, P и Q лежат на одной прямой.

9.3. Рассмотрим произвольную последовательность из 30 чисел, среди которых 15 единиц и 15 двоек. Число S называется *хорошим* для этой последовательности, если в ней можно найти несколько подряд идущих чисел, сумма которых равна в точности S . Здесь *несколько* – это любое количество от 1 до 30 включительно. Найти множество всех натуральных чисел S , хороших для любой последовательности из 15 единиц и 15 двоек.

9.4. Найти все натуральные числа n такие, что все цифры в десятичной записи числа $6^n + 1$ одинаковы.

9.5. Вася и Петя по очереди красят клетки доски 11 на 11 , начинает Вася. Первоначально все клетки доски белые, Вася красит любую белую клетку в красный цвет, а Петя – любую белую клетку – в синий. Красить не белые клетки нельзя, пропускать свой ход тоже нельзя, окрашивание продолжается до тех пор, пока все клетки доски не будут окрашены. Если после окончания окрашивания красные клетки образуют *связное* множество, то выиграл Вася, в противном случае – Петя. Кто победит - Вася или Петя? Множество клеток называется *связным*, если от любой из этих клеток до любой другой можно добраться за несколько шагов, последовательно переходя от клетки в одну из соседних с ней по стороне или вершине клеток.

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2024-25 г. г.
Заключительный этап **9 класс**
Время написания работы 4 астрономических часа *Решения всех задач оцениваются из 7 баллов*

9.1. Ненулевые действительные числа x, y, z таковы, что $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y}$. Найти все возможные значения выражения $\frac{(x+y)(y+z)(z+x)}{xyz}$.

9.2. На стороне AD квадрата $ABCD$ вовнутрь него построен равносторонний треугольник APD , а на стороне CD вовне квадрата – равносторонний треугольник CQD . Доказать, что точки B, P и Q лежат на одной прямой.

9.3. Рассмотрим произвольную последовательность из 30 чисел, среди которых 15 единиц и 15 двоек. Число S называется *хорошим* для этой последовательности, если в ней можно найти несколько подряд идущих чисел, сумма которых равна в точности S . Здесь *несколько* – это любое количество от 1 до 30 включительно. Найти множество всех натуральных чисел S , хороших для любой последовательности из 15 единиц и 15 двоек.

9.4. Найти все натуральные числа n такие, что все цифры в десятичной записи числа $6^n + 1$ одинаковы.

9.5. Вася и Петя по очереди красят клетки доски 11 на 11 , начинает Вася. Первоначально все клетки доски белые, Вася красит любую белую клетку в красный цвет, а Петя – любую белую клетку – в синий. Красить не белые клетки нельзя, пропускать свой ход тоже нельзя, окрашивание продолжается до тех пор, пока все клетки доски не будут окрашены. Если после окончания окрашивания красные клетки образуют *связное* множество, то выиграл Вася, в противном случае – Петя. Кто победит - Вася или Петя? Множество клеток называется *связным*, если от любой из этих клеток до любой другой можно добраться за несколько шагов, последовательно переходя от клетки в одну из соседних с ней по стороне или вершине клеток.